

תצפיות: בהינתן קוצה A , $R \subseteq A \times A$ הכוללת את

$$(A \times A = \{(a_1, a_2) \mid a_1 \in A, a_2 \in A\})$$

• $P(A \times A) = A$ הכוללת את היחסים.

$$|A \times A| = n^2 \quad |A| = n$$

• $\nexists$ יחס היחסים הדינאמיים האינדיבידואליים A :

$$|P(A \times A)| = \frac{|A \times A|}{2} = \frac{n^2}{2}$$

תצפיות נכונות:

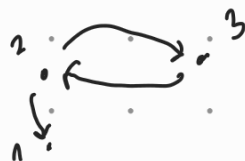
• R רפלקסיבי, $(a, a) \in R : a \in A$ לכל $a \in A$

• R סימטרי, $(a, b) \in R \Leftrightarrow (b, a) \in R : a, b \in A$

• R טרנזיטיבי, $(a, b), (b, c) \in R : a, b, c \in A \Rightarrow (a, c) \in R$

• R אנטרטיטיבי, $(a, b), (b, c) \in R : a, b, c \in R \Rightarrow (a, c) \in R$

3 ו 2 מ 1 פירוט יחסים סימטריים וטרנזיטיביים



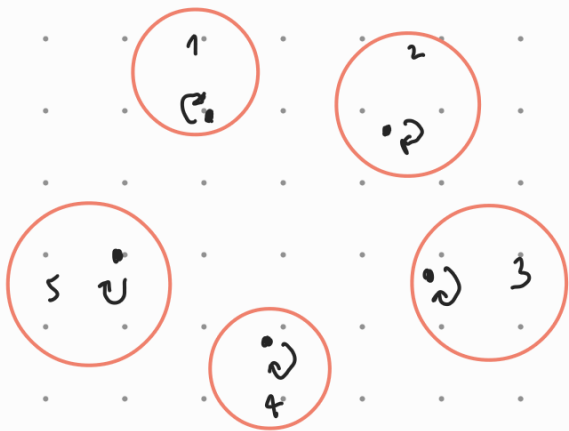
R סימטרי, $(1, 2) \notin R$, $(2, 1) \in R$
 R טרנזיטיבי, $(2, 3), (3, 2) \in R$, $3 \neq 2$

יחס שקילות

הגדרה: נניח R - יחס שקילות על קבוצה A , אז

R כולל קבוצה, סוגי, ואנטי-סימטרי.

דוגמה 1:



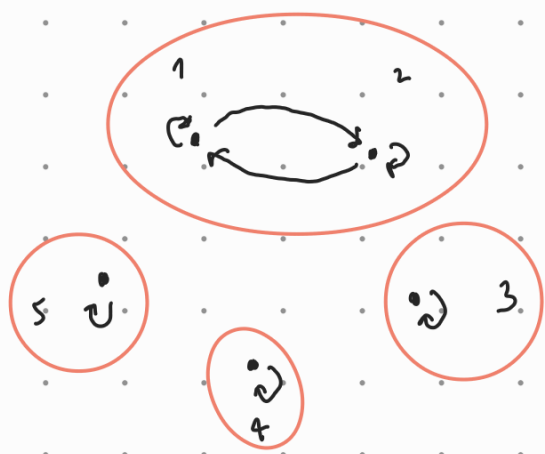
① יחס הזהירות:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R = \{(j, j) | j \in A\}$$

$$[i]_R = \{i\}$$

②



$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$[1]_R = \{1, 2\}$$

$$[2]_R = \{1, 2\}$$

③



$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$[i]_R = \{1, 2, 3\}$$

הקבוצה A כוללת את היחסים הבאים:

יחס זהירות, יחס סימטרי, יחס טרנזיטיבי, יחס אנטי-סימטרי.

סימן: יחס שקילות R על A , נגזרים ממנו $x \sim y$ $(x, y) \in R$

קצבה: יחס שקילות R על A , נגזרים ממנו $a \in A$ קצב a מחלק השקילות a במיון המלא:

$$[a]_R = \{b \in A \mid (a, b) \in R\}$$

קצבה: קבוצת A , חלוקה A היא $\{A_i\}_{i \in I}$ המקשר:

$$i \in I \quad \text{①} \quad A_i \neq \emptyset \quad (\text{יחידה קצבה})$$

$$i, j \in I \quad \text{②} \quad A_i \cap A_j = \emptyset \iff A_i \neq A_j \quad (\text{כל זוגי קצבה})$$

$$i \in I \quad \text{③} \quad \bigcup_{i \in I} A_i = A \quad (\text{כל זוגי קצבה})$$

$$A = \mathbb{R} \quad \text{①} \quad \{(-\infty, -1), [-1, 1], (1, \infty)\} \quad (\text{מחלקה})$$

$$A = \mathbb{N} \quad \text{②} \quad \left\{ \begin{array}{l} \{1, 3, 5, 7, \dots\} \\ \{2, 4, 6, 8, \dots\} \end{array} \right\}$$

קצבה: יחס שקילות R על A , נגזרים ממנו $a \in A$ מחלקה השקילות:

$$\{[a]_R \mid a \in A\}$$

מחלקה השקילות a במיון המלא.

(I) $a \in A$, $(a, a) \in R$, R נגזרת, ולכן $a \in [a]_R \neq \emptyset$

(III) $a \in A$, $[a]_R \subseteq A$ $\Leftrightarrow \bigcup_{a \in A} [a]_R \subseteq A$

הערה: אם $a \in A$, אז $a \in [a]_R$ (נגזרת) ולכן

$$A = \bigcup_{a \in A} [a]_R \Leftrightarrow A \subseteq \bigcup_{a \in A} [a]_R$$

(II) $a, b \in A$, $[a]_R = [b]_R \Leftrightarrow [a]_R \cap [b]_R \neq \emptyset$

על כן: נוכיח - $(a, b), (b, a) \in R$

מכאן: קיים $c \in A$ כך $c \in [a]_R \cap [b]_R$

כלומר, $(a, c) \in R$ ואם $(b, c) \in R$ סימטריה. ולכן $(c, b) \in R$

מהצנז'אציות נקבל $(a, b) \in R$. נכנסל שוב סימטריה ונקבל $(b, a) \in R$

על כן: $[a]_R = [b]_R$

נוכיח: $[a]_R \subseteq [b]_R$: יהי $d \in [a]_R$, $d \in [b]_R$

מכאן: $(a, d) \in R$ $\&\&$ $(b, d) \in R$

כלומר באם a אז $(b, a) \in R$

מכאן (נגזרת) נקבל $(b, a) \in R \Leftrightarrow a \in [b]_R \Leftrightarrow [a]_R \subseteq [b]_R$

ההפך: $[b]_R \subseteq [a]_R$: אם (a, b) אז (b, a) נכנסל שוב

פירמון: נהוג לסמן את מחלקות השקילות האת קבוצה A/R

$$A/R = \{[a]_R \mid a \in A\}$$

הזכרה: D היא קבוצת נציגים $a \in A$ כך

$$|D \cap [a]_R| = 1$$

3 טכניקות:

① יחס הזדהות: $a \in A$ $[a]_R = \{a\}$

$$A/R = \{\{a\} \mid a \in A\}$$

קבוצת נציגים: $D = A$

② היחס המולט: $R = A \times A$

$$A/R = \{A\}$$

קבוצת נציגים: $D = \{a\} \mid a \in A$ יחסי

$$R = \{(x, y) \mid \begin{matrix} x, y \in A \\ 2 \mid x - y \end{matrix}\} \quad A = \mathbb{Z} \quad \text{③}$$

רבעים, זוגיים, אי-זוגיים

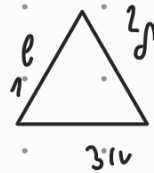
$$[0] = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

$$[1] = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$$

$$A/R = \{[0]_R, [1]_R\}$$

$$P = \{0, 1\}, \quad \mathbb{O} = \{-5, 8\}$$

Δ & הגדירות
 נקודות A



e
 $\int$
 u

שטח Δ $\sim$ $\frac{1}{2} \times \text{בסיס} \times \text{גובה}$
 נקודות A $\sim$ $\frac{1}{2} \times \text{בסיס} \times \text{גובה}$