

הצגה:
 מס' הצגתם להציג את $(0,0)$ יול תתן (n,n) בעצמם בעצמם

ימנה ולמטה קצב, מקלי למלא נה מטלסון הכסוי האול:

$$\frac{n}{n+1} \binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = |A| - |D| = |B|$$

המשק ההוכחה:

A - סק המסלולים מ $(0,0)$ ל (n,n)

B - המסלולים החוקיים

C - המסלולים הכסילים

D - סק המסלולים מ $(0,0)$ ל $(n-1,n+1)$

תשובה $f: C \rightarrow D$

בהינתן $a \in C$ נסמן $A = (a_1, a_2, \dots, a_{2n})$

$$A = \{a \in \{-1, 1\}^{2n} \mid \sum_{i=1}^{2n} a_i = 0\}$$

נחשיב ל -1 צעד ימינה

נחשיב ל $+1$ צעד שמאלה

ואם אלה מסלולם של מטלסון הכסוי שקולה לקיום $1 \leq k \leq 2n$

$$\sum_{i=1}^k > 0 \quad \text{כך ש-}$$

$$K_0 = m; n \left\{ 1 \leq k \leq 2n \mid \sum_{i=1}^k a_i > 0 \right\}$$

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_k) \quad : \text{צד}$$

$$(f(a))_i = \begin{cases} a_i & 1 \leq i \leq k \\ -a_i & k < i \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{2n} (f(a))_i = 2 \quad \text{מקיים } f(a) \quad \text{כי } f(a) \text{ זוגי}$$

$$(n-1, n+1) \text{ ו- } (0,0) \text{ נ- } f(a) \text{ זוגי}$$

$$f \circ f_c = \text{Id}_C \quad \Leftrightarrow \quad f(f(a)) = a \quad : a \in C \quad \text{כל } f \text{ זוגי}$$

$$f \circ f_c = \text{Id}_C \quad \Leftrightarrow \quad f(f(a)) = a \quad : a \in C \quad \text{כל } f \text{ זוגי}$$

$$f \circ f_c = \text{Id}_C \quad \Leftrightarrow \quad f(f(a)) = a \quad : a \in C \quad \text{כל } f \text{ זוגי}$$

$$f \circ f_c = \text{Id}_C \quad \Leftrightarrow \quad f(f(a)) = a \quad : a \in C \quad \text{כל } f \text{ זוגי}$$

↓

$$f : C \rightarrow D \quad \text{הכינה}$$

↓

$$|C| = |D|$$

↓

$$|B| = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = C_n$$

↓

$$|C_n|$$

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{i=1}^n |A_i|$$

סדרה סדורה $A_1, \dots, A_n$

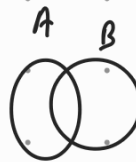
סדרה

הסכום:

הקבוצה

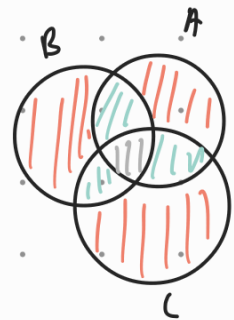
$$\binom{n}{2} \text{ אינדיקס! } (2, 1)$$

$$n=2: |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



ויטורן: דגל:

$$n=3: |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$



I
II
III

ס'נאום:

X ת' קבוצה $A_1, A_2, \dots, A_n$

X קבוצה סדרה

$$N = \{1, 2, \dots, n\}$$

$$A(K) = \bigcap_{i \in K} A_i$$

סדרה

$$\emptyset \neq K \subseteq N$$

$$A(\emptyset) = X$$

$$A(K) = A_1 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_8 \Leftarrow K = \{1, 4, 5, 8\} \text{ :דוגמה}$$

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \underbrace{|A_1| + |A_2| + \dots + |A_n|}_{\text{מחזורי } \binom{n}{1}} - \underbrace{|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + \dots + |A_{n-1} \cap A_n|}_{\text{מחזורי } \binom{n}{2}} +$$

$$+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|$$

$$= \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{\emptyset \neq K \subseteq N \\ |K|=j}} (-1)^{j+1} |A(K)| = \sum_{K \subseteq N} (-1)^{|K|+1} |A(K)|$$

הזכרה: השימוש בסימנים: (המאפיין של ההיחבורה)

$$\left| X \setminus \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = |X| - |A_1| - |A_2| - \dots - |A_n| + |A_1 \cap A_2| + \dots =$$

$$= \sum_{K \subseteq N} (-1)^{|K|} |A(K)| = \sum_{j=0}^n \sum_{\substack{K \subseteq N \\ |K|=j}} (-1)^j |A(K)|$$

באמצעות $j=0$ מתקבל $|X|$

הזכרה: ניקח אומדן $x \in X$

אם $x \notin \bigcup_{i=1}^n A_i$ אז התחמה שלו למעט x : 1
ובן התחמה שלו למעט x : 1

אם $x \in \bigcup_{i=1}^n A_i$ אז התחמה שלו למעט x : 0
ובן התחמה שלו למעט x : 0

$$\emptyset \neq P = \{j \in N \mid x \in A_j\}$$

$$\begin{array}{lcl} x \in A(K) & \Leftrightarrow & K \subseteq P \quad \text{אם } K \subseteq N \text{ קיף} \\ x \notin A(K) & \Leftrightarrow & K \not\subseteq P \quad \text{אם} \end{array}$$

מכיון שהתחממה x היא יחיד:

$$\sum_{\substack{K \subseteq N \\ K \subseteq P}} (-1)^{|K|} = \sum_{j=0}^{|P|} (-1)^j \binom{|P|}{j} = \sum_{j=0}^{|P|} \binom{|P|}{j} \cdot (-1)^j \cdot 1^{|P|-j} = (-1+1)^{|P|} = 0$$

בעיה
[n] היא הסיביות S_n - הסיביות:

$$S_n = \{ f: [n] \rightarrow [n] \mid f \text{ חד-חד-ערכי} \}$$

$$|S_n| = n!$$

$$|\{ \sigma \in S_n \mid \forall i \in [n] \sigma(i) \neq i \}| = ?$$

הסיביות החד-חד-ערכיות נפרדות.

פתרון:

$$X = S_n \quad \text{הכלל}$$

$$A_1 = \{ \sigma \in S_n \mid \sigma(1) = 1 \}$$

$$i \in [n] \text{ כל}$$

$$A_i = \{ \sigma \in S_n \mid \sigma(i) = i \}$$

$$|A| = |S_n \setminus \bigcup_{i=1}^n A_i|$$

$$|X| = n!$$

$$|A_i| = (n-1)!$$

$$|A_1 \cap A_2| = (n-2)!$$

$$|A(k)| = (n-j)! \quad , |k| = j \quad k \subseteq N \quad \int \mathbb{P}$$

$$|X \setminus \bigcup_{i=1}^n A_i| = \sum_{j=0}^n \sum_{\substack{k \subseteq N \\ |k|=j}} (-1)^j \cdot |A(k)| =$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{\substack{k \subseteq N \\ |k|=j}} (-1)^j \cdot (n-j)! = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \cdot (-1)^j \cdot (n-j)! = n! \cdot \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{j!} \sim \frac{n!}{e}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 תנאי מספר המחוברים
במקום סמל