

* אם $|A| \geq 3$ ואם יש שתיים בניהם שמכילים את יפז

דמר בנ רקבל 3 שמכילים זאז.

אחנה, יש בקבוצה A 3 שזיטר מכילים זאז.

* ובזמנה, אם $|B| \geq 3$, השקול סימלי.

3 זמלא : 2

מישי צבוצ צבנ - יבוק ולמן, מובח לנו שנתל למצוא

2 נק' מונו כחמ'יון (באורח הצבע) כך שהמחקן גינה הוא גזוק מלר.

כתביו :

3 קוצקוציטר עד משולש שווה זלזיטר שאוכק זלזא מלכ צבוציטר

בשנ צבעיטר, משימק היאניטר לעבחיטר 2 צבוציטר במזויר 3 גזע.



3 זמלא 3

רסלר מימז, אם בכל רקוצה בבדיכה נוכל למצוא 3

צבוציטר אזי לר נוכל למצוא 2 נק' מונו כחמ'איות שהמחקן בעינה

מרי.

כתביו : קוצקוציטר לל אנהצר

אוסר נצטרך אור המיליון כ-3 צבצב, האוסר יוגח קיומן

ל 2 נק' מונכבואיליון שהתכחך בניין הוא מלך.

טוינצוקציה

אקסומה: $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{N}$ קיים איבר מנימלי.

לומד $a_0 \in A$ כך לכל $a \in A$, $a_0 \leq a$

גילת ההוכחה בטוינצוקציה

עבור $P(n)$ נניח $P(n)$ נכונה.

(I) בסיס האינדוקציה: מכיוון ש-1 נכונה $P(1)$.

(II) צעד האינדוקציה: מניחים ש- $P(k)$ נכונה ומכיוון ש- $P(k+1)$ נכונה.

$$P(k) \Rightarrow P(k+1) \quad \text{כלומר}$$

* אור שיהיה מתקיימת $P(n)$ מתקיימת לכל $n \in \mathbb{N}$.

הוכחה:

נניח בגללה שהתקיימו I, II אולם לא לכל $n \in \mathbb{N}$ $P(n) = T$

$$A = \{n \mid P(n) = F\} \subseteq \mathbb{N} \quad \text{נצטרך}$$

ז"ע הנחמה הראשונה, $A \neq \emptyset$

מחלקות קיימות $n_0 = \min A$

$n_0 - 1 \in \mathbb{N}$ $n_0 - 1 \notin A$, $n_0 > 1$ ולכן $1 \notin A$

ולכן $p(n_0 - 1) = T$

מכאן הטענה הראשונה נקבעת כי $p(n_0) = T$ סתירה.

$p(n)$

הוכחה

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

(1)

הוכחה

(I) הטענה הראשונה:



$$1 = \sum_{k=1}^1 2k-1 = 1^2$$

(II) הטענה הראשונה: $p(j)$ נכונה, ונניח $p(j+1)$

$$\sum_{k=1}^{j+1} (2k-1) = (j+1)^2$$

נניח

$$\sum_{k=1}^j (2k-1) = j^2$$

נניח

$$\sum_{k=1}^{j+1} (2k-1) = \sum_{k=1}^j (2k-1) + 2(j+1)-1 = j^2 + 2j + 1 = (j+1)^2$$



הנחת הטענה הראשונה

$$\underbrace{3 \mid 4^n - 1}_{P(n)} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{לב} \quad (2)$$

הנני מוכיח: (I)

$$3 \mid 4^1 - 1$$

אם 3 (II)

$$4^k - 1 = 3t \quad \text{ע} \quad \text{כ} \quad t \in \mathbb{Z} \quad \text{אז} \quad 3 \mid 4^k - 1 \quad \text{נניח:}$$

$$3 \mid 4^{k+1} - 1 \quad \text{נניח:}$$

$$4^{k+1} - 1 = 4 \cdot 4^k - 1 = 3 \cdot 4^k + 4^k - 1 = 3 \cdot 4^k + 3t = 3(4^k + t)$$

↓
הנני מוכיח

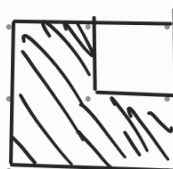
$$3 \mid 4^{k+1} - 1 \quad \Leftrightarrow \quad 4^k + t \in \mathbb{Z}$$

$$3 \mid 4^n - 1 \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{לב} \quad \text{מסקנה:}$$

$$2^n \cdot 2^n \quad \text{מספר} \quad \text{מכפול} \quad \text{של} \quad \text{שני} \quad \text{מספרים} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{לב} \quad (3)$$

הנני מוכיח: (I)  הזכרתי

$$2^1 \times 2^1 \quad \text{מספר} \quad n = 1 \quad \text{הנני מוכיח:} \quad (I)$$

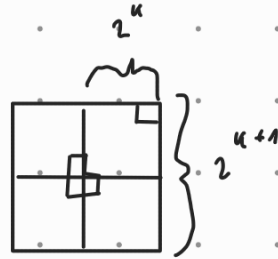


II זכר היטלוקציה :

נניח יורד נכונות גלזני עבד לוק ונוכית ובו

$$2^{k+1} \times 2^{k+1}$$

נחלק ל-4 הרביעית כמו בזיו, נקבל לוחות בזזז $2^k \times 2^k$



הרחבה של היטלוקציה

בהינתן $P(n)$ אענה על הטענה.

טענה (I) נכונה $P(n_0)$ $n_0 \in \mathbb{N}$

(II) $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ בהנחה $n_0 \leq k \in \mathbb{N}$

טענה קבל $n \in \mathbb{N}$ כך $n_0 \leq n$ (הצגה) ונרשם.

2) $n \in \mathbb{N}$ קיימת פריסה n ראשונית.

I) $n=1$ פתור: $p=3$ ✓

II) נניח כי קיימת פריסה k ראשונית $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$

ולכן n קיימת $k+1$ ראשונית.

נבדוק ב- $q = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_k + 1$

$p_1, \dots, p_k$ n לא מתחלק באלו יוצא מההשעיה

$n \in \mathbb{N}$, q זוגי, q ראשוני קובע נוסף כיצד נבדוק k ראשונית

אלו שזו מנתן לטו שייך $\{p_1, \dots, p_k\}$ -

טו a ראשוני a ראשוני המופיע בקיבוץ k q , a נקרא פריסה

$k+1$ ראשונית: $p_1, \dots, p_k, a$