

נניח בהשללה שיש A -סדר מניח.

$$n \in \mathbb{N} \quad \text{עם} \quad 1 < n \quad - \quad 1 \notin A \quad \Leftarrow$$

נתיבון בקבוצה הנטוה:

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < m \quad \forall m \in A\}$$

ראוי $1 \in B$.

נניח ש- $n \in B$ כלומר $n < m$ עבור $m \in A$.

סופר בהשללה $n+1 \notin B$ כלומר קיים $m \in A$ כך ש- $n < m \leq n+1$.

ראוי $m = n+1 \in A$ ולכן הוא המינימום ב- A .

ואם סתירה.

לכן $n+1 \in B$ ו- B היא קבוצה אינסופית קדימה.

ולכן $\mathbb{N} \subseteq B$.

כלומר לכל האיברי קדימם מכל מיני ב- A .

נסיק מכך ש- $A = \emptyset$ כלומר $A \subseteq \mathbb{N}$ ו- $k \in A$ כל איברי קדימם.

לכאורה קיין משהו, וזה סותר את ההנחה ש- $A \neq \emptyset$.



עכשיו

כל המספרים הטבעיים, מספרים



הוכחה

נניח בעזרת פקטור מספרים שונים, מספרים

נסמן קבוצה A היא $A \neq \emptyset$.

מחלקת הסדר, האות ק"מ, A איבר מנימלי, נסמן

אולי n סתירה

הצגה: יהא $\mathbb{F}$ שדה, $a \in \mathbb{F}$ וכל $n \in \mathbb{N}$

נציג את $a^n \in \mathbb{F}$ בטבלה הבאה:

$$\begin{cases} a^1 = a \\ a^{k+1} = a^k \cdot a \end{cases}$$

עכשיו

יהיו $a, b > 0$ וכל $n \in \mathbb{N}$, $a < b$ טענה $a^n < b^n$

הוכחה

נניח $a < b$ ונציג $n \in \mathbb{N}$ לכל $P(n) = a^n < b^n$.

(נניח)

$$P(1) = \text{True}$$

$$a^n < b^n$$

כלומר

$$P(n) = \text{True}$$

-e

נניח

$$a^{n+1} = a^n \cdot a^{(0+)} < a^n \cdot b^{(0+)} < b^n \cdot b = b^{n+1}$$

שיע

$$n \text{ לכל } P(n) = \text{True}$$

ההיסקה

ומכאן

$$P(n+1) = \text{True}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

לפי

$$a^n < b^n$$

-e נניח

הנניח

בכיוון

$$a = b$$

$$b < a$$

שיע

$$a \neq b$$

-e

באלה

נניח

↓

$$a^n = b^n$$

סתירה 0

↓

$$b^n < a^n$$

סתירה 0

(חזרה - אי שוויון הכמה)

$$n \in \mathbb{N}$$

לכל

$$x > -1$$

לכל

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

הוכחה

$$P(n) = "(1+x)^n \geq 1+nx"$$

$$n \in \mathbb{N}$$

לכל

נניח

$$-1 < x$$

נניח

$$P(1) = "1+x \geq 1+x" = \text{True}$$

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

כלומר

$$P(n) = \text{True}$$

-e

נניח

$$(1+x)^{n+1} = (1+x)^n (1+x) \stackrel{(04)}{\geq} (1+nx)(1+x) = 1+nx+x+nx \cdot x \geq 1+(n+1)x$$

$$n \in \mathbb{N} \quad \text{לב} \quad p(n) = \text{True} \quad \text{מתקיים} \quad p(n+1) = \text{True} \quad \text{לב}$$

הקטגוריה

הקטגוריה:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \{-n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

הקטגוריה

$$(1+1)^{-1} \notin \mathbb{Z}$$

הוכחה

$$0 < b^{-1} < a^{-1} \quad \text{אם} \quad 0 < a < b \quad \text{ע} \quad \text{כאילו}$$

$$0 < (1+1)^{-1} < 1^{-1} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 0 < 1 < 1+1 \quad \text{ע} \quad \text{מכיון}$$

$$(1+1)^{-1} \quad \text{היה} \quad \text{הוא} \quad \text{היה} \quad \text{לכאילו} \quad \text{בסתירה} \quad \text{לכך}$$

$$1 \cdot \mathbb{N} \quad \text{לב} \quad \text{הוא}$$

הקטגוריה

הקטגוריה:

$$\mathbb{Q} = \left\{ r \in \mathbb{F} \mid \exists m \in \mathbb{Z} \exists n \in \mathbb{N}, n \neq 0, r = \frac{m}{n} \right\}$$

לשכת

$$\begin{aligned} a, c &\in \mathbb{Z} \\ b, d &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$s = \frac{c}{d}, \quad r = \frac{a}{b}$$

$$r, s \in \mathbb{Q}$$

יחיד

$$b \cdot c = a \cdot d$$

למספר

$$r = s$$

לשכת

הוכחה

דוגמה

$$r = s$$

ע

למספר

כאשר:

כאשר:

$$a^{-1}b = c d^{-1}$$

ידוע... (E2)

$$a d = b c$$

$$a d = b c$$

ידוע... (E2)

$$a b^{-1} = c d^{-1}$$

למספר

כאשר:

כאשר:

שני מספרים שונים

למספר

$$\frac{a}{b}$$

ע

למספר

הוכחה:

$$\begin{aligned} a &= k \tilde{a} \\ b &= k \tilde{b} \end{aligned}$$

ע

כך

$$\begin{aligned} \tilde{a} &\in \mathbb{Z} \\ \tilde{b} &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &\in \mathbb{N} \\ k &\neq 1 \end{aligned}$$

למספר

למספר

למספר

לשכת

למספר

למספר

למספר

למספר

למספר

למספר

הוכחה

$$I = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists m \in \mathbb{Z}, n = \frac{m}{n}\}$$

למספר

$$r \in \mathbb{Z}$$

למספר

מחזוריות $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

מחזוריות $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

מחזוריות $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר

נגזר

נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר $I \neq \emptyset$ נגזר, נגזר